第27卷 第3期 工 程 数 学 学 报 Vol. 27 No. 3
2010年06月 CHINESE JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS June 2010

文章编号:1005-3085(2010)03-0415-06

基于模糊逼近的单输入单输出非线性时延控制系统*

曲子芳[1]， 杜贞斌[2,†]， 朱翼隽[3]

(1- 山东工商学院数学与信息科学学院，烟台 264005； 2- 烟台大学计算机学院，烟台 264005；
3- 江苏大学理学院，镇江 212013)

摘 要: 针对单输入单输出的非线性时延系统，本文考虑了其自适应模糊跟踪控制问题。构建了一种自适应时延模糊逻辑系统用来逼近未知时延函数；设计了补偿器来抵消模糊逼近误差和外部扰动。根据跟踪误差给出了参数调节规律。构造了包含时延的李亚普诺夫函数，从而证明了误差闭环系统满足期望的跟踪性能。仿真结果表明了该方案的可行性。

关键词: 单输入单输出；非线性系统；时延；模糊逻辑系统；跟踪控制

分类号: **AMS**(2000) 93C42 **中图分类号**: TP273 **文献标识码**: A

1 引言

自适应模糊控制的成功应用在于模糊逻辑系统具有一致逼近的特性，该方法已广泛应用于非线性系统中。文献 [1-3] 给出了几种单输入单输出非线性系统的自适应模糊控制方案，可使非线性系统有界稳定。然而，在实际工程中存在许多非线性时延系统，比如混沌系统、电网系统等。时延的存在使得系统性能恶化，从而非线性时延系统的稳定性问题备受关注。基于自适应技术对时延的处理通常是假定时延部分有范数界[4]、估计时延部分的增益[5] 以及寻找时延关联函数[6]。然而，范数界、增益以及关联函数不易寻求。文献 [7] 的控制方案综合了反推和滑模控制，这样增加了控制器的设计难度，同时滑模技术的正负反馈交替有时不易得到最优的控制效果。

本文针对单输入单输出非线性时延系统，考虑了一种跟踪控制方案。该方案不需做任何假设，也不需综合多种非线性技术。我们直接构建了一种自适应时延模糊逻辑系统用来逼近时延函数，从而实现对非线性系统建模。由跟踪误差给出参数调节律，控制方案使闭环系统满足期望的 H_∞ 跟踪性能。

2 问题描述

考虑如下的单输入单输出非线性时延系统

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2,\\
&\cdots,\\
&\dot{x}_{n-1} = x_n,\\
&\dot{x}_n = f\big(x, x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_r)\big) + g\big(x, x(t-\tau_1), \cdots, x(t-\tau_r)\big)u + d,\\
&y = x_1,\\
&x(t) = \Xi(t), \quad t \in [-\zeta, 0],
\end{aligned} \tag{1}$$

收稿日期: 2008-03-31. **作者简介**: 曲子芳 (1979年4月生)，女，讲师. 研究方向：智能控制.

***基金项目**: 国家自然科学基金 (60804021; 60974028)；山东省高等学校科技计划项目 (J08LJ16).

†**通讯作者**: 杜贞斌 E-mail: zhenbindu@yahoo.com.cn

其中 $x=[x_1,\cdots,x_n]^T\in\mathbf{R}^n$，$u\in\mathbf{R}$ 和 $y\in\mathbf{R}$ 分别是系统的状态、输入和输出向量，状态是可量测的；f、g 为充分光滑函数；d 是外部扰动；$\Xi(t)$ 连续，表示系统的初始状态，τ_i $(i=1,2,\cdots,r)$ 表示时延，$\zeta=\max\{\tau_i\,|\,1\le i\le r\}$。

令 $f(x,\tau)=f(x,x(t-\tau_1),\cdots,x(t-\tau_r))$，$g(x,\tau)=g(x,x(t-\tau_1),\cdots,x(t-\tau_r))$。于是，非线性系统 (1) 可改写为

$$\begin{aligned}&\dot{x}=Ax+B\big[f(x,\tau)+g(x,\tau)u+d\big],\\&y=Cx,\\&x=\Xi(t),\quad t\in[-\zeta,0],\end{aligned}\tag{2}$$

式中

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0&\cdots&0\\ \vdots&0&1&\cdots&\vdots\\ \vdots&\vdots&\cdots&\cdots&0\\ 0&0&\cdots&\cdots&1\\ 0&0&\cdots&\cdots&0\end{pmatrix}\in\mathbf{R}^{n\times n},$$

$$B=[0,\cdots,0,1]^T\in\mathbf{R}^{n\times 1},\quad C=[1,\cdots,0,0]\in\mathbf{R}^{1\times n},$$

$f(x,\tau)$ 和 $g(x,\tau)$ 是未知部分。假定对任意的 $x\in U_x$，U_x 是致密集，$g(x,\tau)$ 是非奇异的。

对给定的参考信号 y_r，定义跟踪误差为 $e=y_r-y$。令

$$\underline{y}_r=\big[y_r,\cdots,y_r^{(n-1)}\big]^T,\quad \underline{e}=\big[e,\cdots,e^{(n-1)}\big]^T.$$

控制任务 求一个反馈控制 $u=u(x,\tau\,|\,\theta,\alpha,\delta)$ 和一个调整参数 θ、α 和 δ 的自适应律，使得误差闭环系统满足期望的 H_∞ 跟踪性能并快速跟踪给定的参考信号。

3 自适应时延模糊逻辑系统

业已证明模糊逻辑系统具有一致逼近的特性，能够在任意精度上逼近一个定义在致密集上的非线性函数。本文构建自适应时延模糊逻辑系统来逼近时延函数 $f(x,\tau)$ 和 $g(x,\tau)$，可调参数为权值 θ_1 和 θ_2、中心 α 及幅度 δ，得到

$$\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)=\xi(x,\tau,\alpha,\delta)\theta_1,\quad \hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)=\xi(x,\tau,\alpha,\delta)\theta_2,\tag{3}$$

其中模糊基函数 $\xi(x,\tau,\alpha,\delta)=\xi(x,x(t-\tau_1),\cdots,x(t-\tau_r),\alpha,\delta)$，$\theta_1$ 和 θ_2 是列向量，α, δ 是行向量。模糊系统的输出为

$$\sum_{j=1}^{p}\bar{y}^j\Big(\prod\nolimits_{i=1}^{n}\mu_{F_i^j}(x_i,\tau,\alpha_j,\delta_j)\Big)\Big/\sum_{j=1}^{p}\Big(\prod\nolimits_{i=1}^{n}\mu_{F_i^j}(x_i,\tau,\alpha_j,\delta_j)\Big),$$

其中

$$\mu_{F_i^j}\big(x_i,\tau,\alpha_j,\delta_j\big)=\mu_{F_i^j}\big(x_i,\alpha_j,\delta_j\big)\mu_{F_i^j}\big(x_i(t-\tau_1),\alpha_j,\delta_j\big),\cdots,\mu_{F_i^j}\big(x_i(t-\tau_r),\alpha_j,\delta_j\big),$$

$\mu_{F_i^j}(x_i,\alpha_j,\delta_j)$ 是隶属度函数。

结论　定义参数误差 $\tilde{\theta}_1=\theta_1-\theta_1^*$，$\tilde{\theta}_2=\theta_2-\theta_2^*$，$\tilde{\alpha}=\alpha-\alpha^*$，$\tilde{\delta}=\delta-\delta^*$，则自适应时延模糊逻辑系统对时延函数 $f(x,\tau)$ 和 $g(x,\tau)$ 的逼近误差有如下形式

$$\begin{aligned}&\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\\=\;&\big(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau)\big)\tilde{\theta}_1+\big(\tilde{\alpha}\xi_\alpha(x,\tau)+\tilde{\delta}\xi_\delta(x,\tau)\big)\theta_1+w_1,\end{aligned}\tag{4}$$

$$\begin{aligned}&\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)-g(x,\tau)\\=\;&\big(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau)\big)\tilde{\theta}_2+\big(\tilde{\alpha}\xi_\alpha(x,\tau)+\tilde{\delta}\xi_\delta(x,\tau)\big)\theta_2+w_2,\end{aligned}\tag{5}$$

其中 $\xi(x,\tau)=\xi(x,\tau,\alpha,\delta)$，$\xi_\alpha(x,\tau)=\xi_\alpha(x,\tau,\alpha,\delta)$，$\xi_\delta(x,\tau)=\xi_\delta(x,\tau,\alpha,\delta)$ 分别表示 ξ 关于 α 和 δ 的偏导数，w_1 和 w_2 是残差项。

4　控制器设计

采用模糊控制律

$$u=\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)^{-1}\big[-\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)+y_r^{(n)}+K^T\underline{e}-u_{\text{com}}\big],\tag{6}$$

式中 $\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)$ 和 $\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)$ 可分别表示为

$$\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)=\xi(x,\tau,\alpha,\delta)\theta_1,\quad \hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)=\xi(x,\tau,\alpha,\delta)\theta_2,\tag{7}$$

K^T 是反馈增益阵，使得 $A-BK^T$ 的特征多项式是Hurwitz的。u_{com} 是 H_∞ 补偿器，用来补偿外部扰动和逼近误差。

因为 $\dot{\underline{y}}_r=A\underline{y}_r+By_r^{(n)}$，把式(6)代入式(2)得误差动态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}}\;=\;&(A-BK^T)\underline{e}+B\big[\big(\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\big)\\&+\big(\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)-g(x,\tau)\big)u-d\big]+Bu_{\text{com}}.\end{aligned}\tag{8}$$

考虑最优参数向量或最优参数矩阵

$$\theta_1^*\triangleq\arg\min_{\theta_1\in\Omega_1}\Big[\sup_{x\in U_1}\|\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\|\Big],\tag{9}$$

$$\theta_2^*\triangleq\arg\min_{\theta_2\in\Omega_2}\Big[\sup_{x\in U_1}\|\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\|\Big],\tag{10}$$

$$\alpha^*\triangleq\arg\min_{\alpha\in\Omega_3}\Big[\sup_{x\in U_1}\big(\|\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\|+\|\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)-g(x,\tau)\|\big)\Big],\tag{11}$$

$$\delta^*\triangleq\arg\min_{\delta\in\Omega_4}\Big[\sup_{x\in U_1}\big(\|\hat{f}(x,\tau\,|\,\theta_1,\alpha,\delta)-f(x,\tau)\|+\|\hat{g}(x,\tau\,|\,\theta_2,\alpha,\delta)-g(x,\tau)\|\big)\Big],\tag{12}$$

其中 $U_1=\{x\in\mathbf{R}^n\}$，$\Omega_1=\{\theta_1\in\mathbf{R}^{p\times1}\}$，$\Omega_2=\{\theta_2\in\mathbf{R}^{p\times1}\}$，$\Omega_3=\{\alpha\in\mathbf{R}^{1\times p}\}$，$\Omega_4=\{\delta\in\mathbf{R}^{1\times p}\}$。于是，最优逼近误差可定义为 $w=w_1+w_2u$。令 $\bar{w}=w-d$，由结论(4)和(5)，误差

动态方程可改写为

$$\begin{aligned}\dot{\underline{e}} = & (A-BK^T)\underline{e}+B\left[(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau))\tilde{\theta}_1+(\tilde{\alpha}\xi_\alpha(x,\tau)+\tilde{\delta}\xi_\delta(x,\tau))\theta_1\right] \\ & +B\left[(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau))\tilde{\theta}_2+(\tilde{\alpha}\xi_\alpha(x,\tau)+\tilde{\delta}\xi_\delta(x,\tau))\theta_2\right]u \\ & +B\bar{w}+Bu_{\mathrm{com}}.\end{aligned} \tag{13}$$

根据跟踪误差，选择参数调整规律

$$\dot{\theta}_1=-\eta_1\big(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau)\big)^T(B^TP\underline{e}), \tag{14}$$

$$\dot{\theta}_2=-\eta_2\big(\xi(x,\tau)-\alpha\xi_\alpha(x,\tau)-\delta\xi_\delta(x,\tau)\big)^T(B^TP\underline{e})u, \tag{15}$$

$$\dot{\alpha}=-\eta_3(B^TPe)\big(\xi_\alpha(x,\tau)(\theta_1+\theta_2u)\big)^T, \tag{16}$$

$$\dot{\delta}=-\eta_4(B^TP\underline{e})\big(\xi_\alpha(x,\tau)(\theta_1+\theta_2u)\big)^T, \tag{17}$$

其中 η_1、η_2、η_3 和 η_4 是正常数。

采用 H_∞ 补偿器 u_{com} 来补偿外部扰动和逼近误差，H_∞ 补偿器如下

$$u_{\mathrm{com}}=-(1/\alpha)B^TPe, \tag{18}$$

其中对称正定矩阵 P 由下面的 Riccati 方程给出

$$(A-BK^T)^TP+P(A-BK^T)+Q-\Big(\frac{2}{\alpha}-\frac{1}{\rho^2}\Big)PBB^TP=0, \tag{19}$$

式中 $2\rho^2\geq\alpha\geq 0$，Q 为对称正定矩阵。

定理1 对于SISO非线性时延系统(1)，选择模糊控制律(6)，时延模糊逻辑系统(7)，参数调节规律(14)-(17)，H_∞ 补偿器(18)，则误差闭环系统(8)满足 H_∞ 跟踪性能

$$\begin{aligned}\int_0^T \underline{e}^T\bar{Q}\underline{e}\mathrm{d}t \leq & \ \underline{e}^T(0)P\underline{e}(0)+\sum_{i=1}^r\int_{-\tau_i}^0\Xi^T(v)\Xi(v)\mathrm{d}v+\frac{1}{\eta_1}\tilde{\theta}_1^T(0)\tilde{\theta}_1(0)+\frac{1}{\eta_2}\tilde{\theta}_2^T(0)\tilde{\theta}_2(0) \\ & +\frac{1}{\eta_3}\mathrm{tr}\big(\tilde{\alpha}^T(0)\tilde{\alpha}(0)\big)+\frac{1}{\eta_4}\mathrm{tr}\big(\tilde{\delta}^T(0)\tilde{\delta}(0)\big)+\rho^2\int_0^T(\bar{w}^T\bar{w})\mathrm{d}t,\end{aligned}$$

其中 $\bar{Q}=Q-rI>0$。

证明 选取如下Lyapunov函数，可证得 H_∞ 跟踪性能

$$\begin{aligned}V = & \ \frac{1}{2}\underline{e}^TP\underline{e}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^r\int_{t-\tau_i}^t\underline{e}^T(v)\underline{e}(v)\mathrm{d}v+\frac{1}{2\eta_1}\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1+\frac{1}{2\eta_2}\tilde{\theta}_2^T\tilde{\theta}_2 \\ & +\frac{1}{2\eta_3}\mathrm{tr}(\tilde{\alpha}^T\tilde{\alpha})+\frac{1}{2\eta_4}\mathrm{tr}(\tilde{\delta}^T\tilde{\delta}).\end{aligned}$$

5 仿真算例

设单输入单输出非线性时延系统为混沌系统

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 2.5x_2,\\
\dot{x}_2 &= -\Big(\frac{1}{2.5}x_1\Big)^3 - \frac{1}{2.5}x_1 - 0.1x_2 + 0.01x_1(t-0.0015) + 0.01x_1^2(t-0.0015)\\
&\quad + 0.01x_2(t-0.0015) + 0.01x_1(t-0.02) + 0.01x_1^2(t-0.02)\\
&\quad + 0.01x_2(t-0.02) + 25\cos(1.29t) + 4.5u + d,\\
y &= x_1,
\end{aligned}
$$

令 $[x_1, x_2] =: [x_1, 2.5x_2]$，则系统可改写为公式 (1)。$\Xi(t) = [0.5,\ -1.25]^T$，$d$ 是有界白噪声，均值为 0，方差为 0.1。

设计模糊控制器，以跟踪信号 $y_r = (\pi/15)\sin 2t$。采用本文方法，仿真结果如图 1 所示，设计参数如下。

$$
\rho = 0.1,\quad \alpha = 1,\quad r = 2,\quad K = [1\quad 2],
$$

$$
Q = \begin{bmatrix} 22 & 0 \\ 0 & 22 \end{bmatrix},\quad \eta_1 = 1,\quad \eta_2 = 0.1,\quad \eta_3 = 0.15,\quad \eta_4 = 0.05,
$$

自适应时延模糊系统的模糊规则有 7 条。

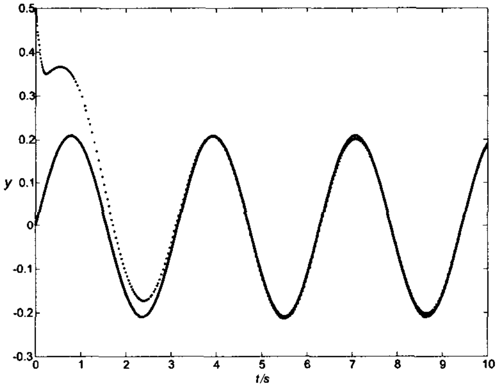

图 1: 输出 y (虚线) 和期望值 y_r (实线)

6 结论

本文提出的控制方案是构建了一种自适应时延模糊逻辑系统直接对非线性系统建模，实现了快速跟踪期望信号。

参考文献：

[1] Lin T C, Wang C H, Liu H L. Observer-based indirect adaptive fuzzy-neural tracking control for SISO systems using VSS and approaches[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 143(2): 211-232

[2] Salim Labiod, Thierry Marie Guerra. Adaptive fuzzy control of a class of SISO nonaffine nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(10): 1126-1137

[3] Boulkroune A, *et al.* How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine nonlinear systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2008, 159(8): 926-948

[4] Wu H S. Adaptive stabilizing state feedback controllers of uncertain dynamical systems with multiple time delays[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2000, 45(9): 1697-1701

[5] Yu W S. Tracking-based adaptive fuzzy-neural control for MIMO uncertain robotic systems with time delays[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 146(3): 375-401

[6] Jiao X H, Shen T L. Adaptive feedback control of nonlinear time-delay systems: the LaSalle-Razumikhin-based approach[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2005, 50(11): 1909-1913

[7] Zhang T P, Ge S S. Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs[J]. Automatica, 2007, 43(6): 1021-1033

Fuzzy Approximation-based SISO Nonlinear Time-delay Control Systems

QU Zi-fang[1], DU Zhen-bin[2,†], ZHU Yi-jun[3]

(1- College of Mathematics and Information Science, Shandong Institute of Business and Technology, Yantai 264005; 2- School of Computer Science and Technology, Yantai University, Yantai 264005; 3- Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)

Abstract: This paper considers an adaptive fuzzy tracking control problem for SISO nonlinear time-delay systems. A kind of adaptive time-delay fuzzy logic systems is constructed and used to approximate the unknown time-delay functions. A compensator is designed to eliminate fuzzy approximation errors and external disturbances. The adjusting laws for parameters are derived by the tracking error. The Lyapunov function with time delays is constructed, and then it is proved that the error closed loop system satisfies the anticipant tracking performance. The simulation result demonstrates that the control scheme is feasible.

Keywords: SISO; nonlinear systems; time-delay; fuzzy logic systems; tracking control

---

Received: 31 Mar 2008. **Accepted:** 19 Nov 2008.

Foundation item: The National Natural Science Foundation of China (60804021; 60974028); the Shandong Province Higher Educational Science and Technology Program (J08LJ16).

†**Corresponding author:** Z. Du. E-mail address: zhenbindu@yahoo.com.cn